Page 02

1、遗传算法和ESO使用0–1方法进行几何表示，其中单元根据区域中是否需要材料而打开或关闭。0–1方法会产生锯齿状边界。即使是使用单元的密度或孔隙率作为设计变量的方法，如果它们假设每个元素内的密度是恒定的，也不能表示平滑的边界，因为密度函数的轮廓是不连续的。此外，早期研究发现，在优化设计的一部分区域中会得到棋盘图案。为了表示更平滑的边界，密度的节点值被用作设计变量，因此密度可以在元素内插值，以获得连续的密度函数（Kumar和Gossard，1996）。

2、在本文中，通过使用B样条元素来避免形状的不规则性，B样条单元能够将密度表示为切线连续函数甚至曲率连续函数，使得作为形状边界的密度函数的轮廓也具有类似的连续性和光滑性。B样条近似方案最初是为了将平滑曲线或曲面拟合到数据而开发的。它们的主要应用是几何建模和图形，在那里它们被证明是一种直观和交互式的形状设计工具。B样条近似是在面片或元素上逐块创建的，如果使用二次（或三次）样条，则生成的曲线或曲面是切线（和曲率）连续的。与插值方案不同，B样条近似不会通过它所近似的数据或节点值。因此，节点值不等于节点处近似函数的值。

Page 10

研究了B样条单元的拓扑优化，并与传统单元进行了比较。几何体是使用光滑和连续密度函数的轮廓定义的，也使用B样条近似表示。密度的节点值被视为拓扑优化的设计变量，并且密度在单元内连续变化。边界条件和荷载的应用采用隐式边界方法。使用二次和三次B样条有限元来获得最优形状，并将结果与传统的双线性四节点四边形单元进行了比较。

对于传统的元素，使用不同的密度和位移插值顺序是有益的。然而，在本文中，所有给出的结果都对密度场和位移场使用了相同的插值或近似阶数。结果表明，B样条单元自然倾向于抑制形状的不规则性，并且使用密度和位移的同阶近似不会引起任何不稳定性。即使没有平滑或滤波，使用B样条获得的最优几何体也具有平滑的、定义明确的边界，即使网格相对稀疏。然而，除非对密度梯度施加惩罚以平滑密度函数，否则最优结果是网格相关的。在没有平滑的情况下，可以以最佳形状出现的最小特征大致等于元素大小。为实现密度函数的平滑而对密度梯度进行的惩罚类似于添加过去使用的对周长或梯度的约束（Bendsøe和Sigmund 2003），以消除网格依赖性。对密度梯度实施惩罚可能比将其实施为周长或梯度约束更容易，因为很难估计这种约束的适当值。对于惩罚方法，必须仔细选择惩罚因子，以确保与真实目标函数相比，惩罚项不可忽略或占主导地位。发现通过将该惩罚添加到目标函数来实现的平滑可以有效地消除解的网格依赖性。需要进一步的研究来探索B样条单元用于其他目标，如设计柔顺机构。B样条单元已用于三维结构分析（Burla和Kumar，2008年）。因此，将这些元件用于3D结构的拓扑优化预计是直接的。挑战之一是开发用于提取密度函数的轮廓（或等值面）以显示3D结果的可靠算法。